

Übungsaufgaben zur Wiederholung Ma-LK

STOCHASTIK	2
AUFGABE S1	2
AUFGABE S2	2
AUFGABE S3	2
AUFGABE S4	3

Hinweise:

- Viele weitere Übungsaufgaben gehen aus dem Unterricht und den entsprechenden Lehrbüchern hervor.
- Die Zusammenstellung der Aufgaben erfüllt nicht den Anspruch der Vollständigkeit, d.h. nicht alle im Unterricht behandelten Inhalte / Prüfungsschwerpunkte werden mit diesen Übungsaufgaben wiederholt.

Viel Spaß und erfolgreiches Üben



STOCHASTIK

Aufgabe S1

Um an einem Fernsehquiz als Kandidat teilnehmen zu können, muss sich eine Person in einer Vorauswahl einem Eignungstest unterziehen. Dabei gilt eine Person für die Teilnahme an einem Quiz geeignet, wenn vorgelegte Fragen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 70% richtig beantworten kann. Jedem Bewerber / Bewerberin werden 50 Fragen vorgelegt.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit beantwortet ein geeigneter Bewerber mehr als die erwartete Mindestzahl an richtig beantworteter Fragen?
- b) Ein Bewerber gilt als geeignet, wenn er mehr als k Fragen richtig beantwortet.
 - (1) Wie groß sollte k mindestens sein, damit man mit einem Risiko von höchstens 5% einem Bewerber fälschlicherweise die Eignung als Kandidat bescheinigt?
 - (2) Ein Bewerber rät bei allen Fragen, d.h. er kann eine Frage nur mit einer Trefferquote von 50% beantworten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erfüllt er dennoch mit der Entscheidungsregel aus a) die Eignung als Kandidat?
- c) Angenommen es gebe Kandidaten, die vorgelegte Fragen mit einer Wahrscheinlichkeit von genau 70% beantworten können. Bestimme mit der Tschebyscheff-Ungleichung die Anzahl der Fragen, die diesen Kandidaten mindestens gestellt werden müssten, damit sich die relative Häufigkeit der richtigen Antworten mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90% um weniger als 10Prozentpunkte vom Wert $p = 0,7$ unterscheidet.
- d) In der Vorauswahl befinden sich sechs Bewerber, drei Damen und drei Herren. Die Bewerber sitzen auf Stühlen, die in einer Reihe angeordnet sind, wobei der Moderator in der Mitte sitzt. Wie viele verschiedene Sitzordnungen gibt es, wenn man nur nach Damen und Herren unterscheidet?

Aufgabe S2

Für ein Fernsehquiz sollen Fragen zufällig und unabhängig voneinander aus zehn Wissensgebieten ausgewählt werden, darunter die Gebiete „Sport“ und „Politik“. In jedem Gebiet stehen ausreichend viele gleichwertige Fragen zur Verfügung, so dass bei den folgenden Rechnungen das Modell „Ziehen mit Zurücklegen“ verwendet werden soll.

- a) Gib Gründe an, warum die Modellannahme des „Ziehens mit Zurücklegen“ verletzt sein könnte!
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit
 - (1) sind von zehn der ausgewählten Fragen jede aus einem anderen Fachgebiet,
 - (2) sind unter 15 Fragen die achte, aber nicht die zehnte aus dem Gebiet „Politik“,
 - (3) sind unter 30 Fragen mindestens zwei aus dem Gebiet „Sport“,
 - (4) ist die zwölfte Frage die dritte aus dem Gebiet „Politik“?
- c) Wie viele Fragen müssen mindestens ausgewählt werden, dass man darauf wetten kann, dass wenigstens eine aus dem Gebiet „Sport“ dabei ist?

Aufgabe S3

Bei einem Quiz werden einem Kandidaten zu jeder Frage vier Antworten gegeben, von denen genau eine richtig ist. Außerdem hat der Kandidat die drei Hilfsmöglichkeiten I: „Halbe-Halbe“, II: „Publikum“ und III: „Experte“. Der Joker I streicht zwei falsche Antworten. Für die Hilfsmöglichkeiten II und III sei angenommen, dass sie mit einer Wahrscheinlichkeit $p_{II} = 70\%$ bzw. $p_{III} = 90\%$ die richtige Antwort geben und der Kandidat diese annimmt. Jede Hilfsmöglichkeit darf von einem Kandidaten nur einmal in Anspruch genommen werden.

- a) Ein Kandidat verlässt sich aufs Raten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit scheidet er
 - (1) bis zur vierten Frage nicht aus, wenn er keine Hilfsmöglichkeit verwendet,
 - (2) spätestens bei der zweiten Frage aus, wenn er keine Hilfsmöglichkeit verwendet,
 - (3) bei der dritten Frage aus, wenn er bei jeder Frage in der Reihenfolge I, II, III die Hilfsmöglichkeiten in Anspruch nimmt?
- b) Ein Kandidat steht kurz vor dem Hauptgewinn und hat noch „Halbe-Halbe-Joker“. In drei der zehn Gebiete hat er so wenig Ahnung, dass er raten müsste und daher den „Halbe-Halbe-Joker“ in Anspruch nimmt. In den anderen Gebieten ist er so stark, dass er die Antworten sicher weiß. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt er den Hauptgewinn, wenn er
 - (1) noch eine Frage,
 - (2) noch zwei Fragen bis zum Hauptgewinn zu beantworten hat?

Aufgabe S4

Eine Fernsehzeitschrift behauptet, dass nur noch höchstens ein Viertel der Zuschauer der Quizsendung die Höchstnote verleiht. Diese Behauptung soll durch Befragung von 500 zufällig ausgewählten Zuschauern getestet werden. Verwende zur Berechnung die Näherung der Binomialverteilung durch die Normalverteilung nach Moivre-Laplace.

- a) Wie lautet die Entscheidungsregel, wenn die Behauptung mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 5% irrtümlich abgelehnt werden soll?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erkennt man mithilfe der Entscheidungsregel aus a) nicht, dass die Höchstnote von 30% der Zuschauer vergeben wird?