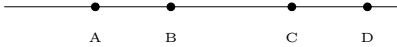
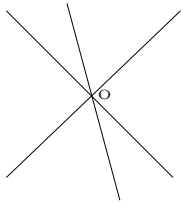


EBENE GEOMETRIE

1) **Kollineare Punkte:** liegen alle auf einer Geraden.

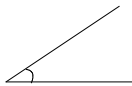


2) **Durch denselben Punkt gehende Geraden:**



3) **Winkeleinteilung:**

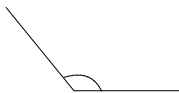
- Nullwinkel = 0°
- spitzer Winkel: $< 90^\circ$



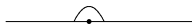
- rechter Winkel = 90°



- stumpfer Winkel: $> 90^\circ$

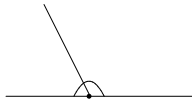


- gestreckter Winkel = 180°

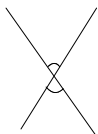


4) **Winkelpaare:**

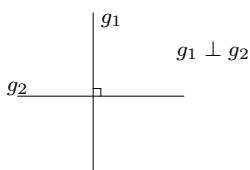
- Nebenwinkel: haben zusammen 180°



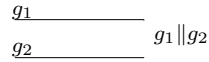
- Scheitelwinkel: zwei einander gegenüberliegende Winkel. Sie sind gleich groß.



5) **Senkrechte (orthogonale) Geraden:** schneiden sich unter einem rechten Winkel:



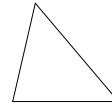
6) **Parallele Geraden:** schneiden sich nicht:



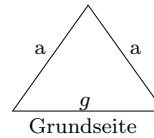
7) **Einteilung der Dreiecke:**

- nach den Seiten:

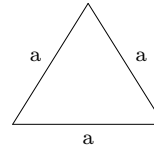
- ★ unregelmäßig: alle Seiten verschieden lang



- ★ gleichschenkelig: zwei gleich lange Seiten

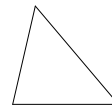


- ★ gleichseitig: alle Seiten gleich lang

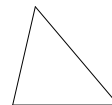


- nach den Winkeln:

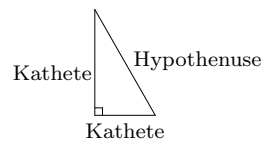
- ★ unregelmäßig: keine besondere Eigenschaften



- ★ spitzwinklig: alle Innenwinkel sind spitz



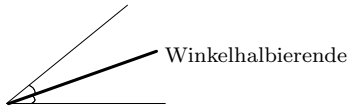
- ★ rechtwinklig: ein rechter Innenwinkel



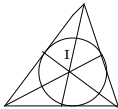
- ★ stumpfwinklig: ein stumpfer Innenwinkel



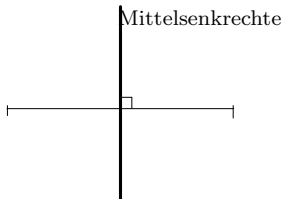
8) **Winkelhalbierende:** der Winkel wird halbiert



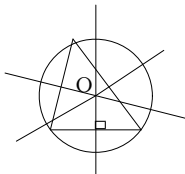
In einem Dreieck gehen die drei Winkelhalbierenden durch I ; I ist der Mittelpunkt des Inkreises.



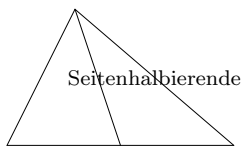
9) **Mittelsenkrechte einer Strecke:** die Senkrechte durch den Mittelpunkt dieser Strecke.



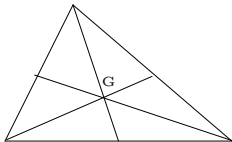
In einem Dreieck gehen die drei Mittelsenkrechten durch O ; O ist der Mittelpunkt des Umkreises.



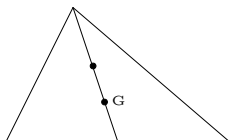
10) **Seitenhalbierende eines Dreiecks:** geht durch einen Eckpunkt und den Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite.



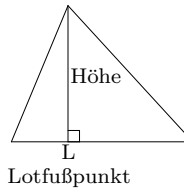
In einem Dreieck gehen die drei Seitenhalbierenden durch G ; G ist der Schwerpunkt des Dreiecks.



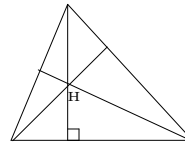
Auf jeder Seitenhalbierenden befindet sich $G \frac{2}{3}$ vom Eckpunkt und $\frac{1}{3}$ von der gegenüberliegenden Seite entfernt.



11) **Höhe eines Dreiecks:** Die Senkrechte (das Lot) von einer Ecke auf die gegenüberliegende Seite.



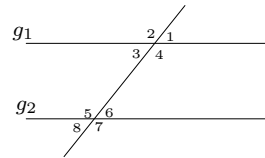
In einem Dreieck gehen die drei Höhen durch H ; H ist der Höhenschnittpunkt (Orthozentrum).



12) **Summe der Innenwinkel im Dreieck:** 180°

13) **Summe der Innenwinkel in einem konvexen Viereck:** 360°

14) **Winkelpaare an geschnittenen Parallelen:**



innere Wechselwinkel: $\angle 3 - \angle 6$; $\angle 4 - \angle 5$
 äußere Wechselwinkel: $\angle 2 - \angle 7$; $\angle 1 - \angle 8$;
 Stufenwinkel: $\angle 1 - \angle 6$; $\angle 2 - \angle 5$; $\angle 3 - \angle 8$; $\angle 7 - \angle 4$;

$g_1 \parallel g_2 \iff$ Stufenwinkel oder Wechselwinkel sind gleich groß (ein Paar).

15) **Eigenschaften eines gleichschenkligen Dreiecks:** Folgende Aussagen sind äquivalent:

- es hat zwei gleich lange Seiten (die dritte Seite ist g)
- es hat zwei gleich große Winkel
- die Seitenhalbierende, Mittelsenkrechte, Höhe und Winkelhalbierende entsprechend der Seite g sind identisch.

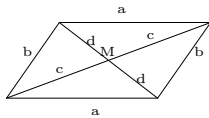
16) **Eigenschaften eines gleichseitigen Dreiecks:** Folgende Aussagen sind äquivalent:

- alle Seiten sind gleichlang
- alle Winkel sind gleichgroß (60°)
- die Seitenhalbierende, Mittelsenkrechte, Höhe und Winkelhalbierende entsprechend einer Seite sind identisch.

17) **Eigenschaften eines Parallelogramms:**

Folgende Aussagen sind äquivalent:

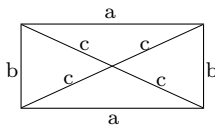
- die Gegenseiten sind jeweils parallel;
- die Gegenseiten sind jeweils gleich lang;
- zwei Gegenseiten sind parallel und gleich lang;
- die Gegenwinkel sind gleich groß;
- jede 2 nebeneinander liegende Innenwinkel haben zusammen 180° ;
- die Diagonalen halbieren sich.



18) **Eigenschaften eines Rechtecks:**

Folgende Aussagen sind äquivalent:

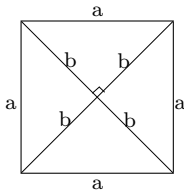
- es ist ein Parallelogramm mit einem rechten Winkel;
- alle Winkel sind rechte Winkel;
- die Diagonalen halbieren sich und sind gleich lang.



19) **Eigenschaften eines Quadrats:**

Folgende Aussagen sind äquivalent:

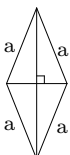
- alle Seiten sind gleich lang und es hat einen rechten Winkel;
- die Diagonalen halbieren sich, sind gleich lang und orthogonal.



20) **Eigenschaften einer Raute (Rhombus):**

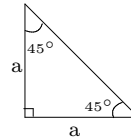
Folgende Aussagen sind äquivalent:

- alle Seiten sind gleich lang;
- die Diagonalen halbieren sich und sind orthogonal.

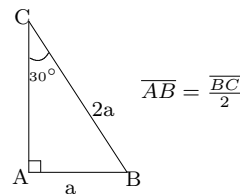


21) **Sätze in einem rechtwinkligem Dreieck**

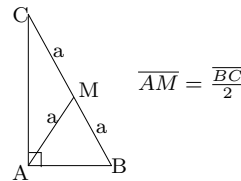
- ★ In einem rechtwinkligem Dreieck haben die zwei spitzen Winkel 90° zusammen.
- ★ In einem rechtwinklig- und gleichschenkligen Dreieck haben die zwei spitzen Winkel 45° .



- ★ Die Gegenkathete eines 30° -Winkels ist halb so lang wie die Hypotenuse.



- ★ Die zur Hypotenuse zugehörige Seitenhalbierende ist halb so lang wie die Hypotenuse.

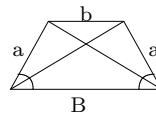


22) **Trapez:** ein Viereck mit zwei zueinander parallelen Gegenseiten (Grundseiten) und zwei nicht parallelen Gegenseiten (Schenkel).

23) **Eigenschaften eines gleichschenkligen Trapezes:**

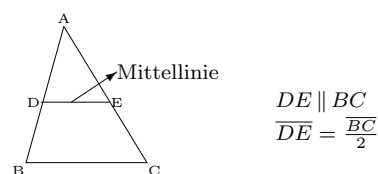
Folgende Aussagen sind äquivalent:

- die zwei nicht-parallelen Seiten sind gleichlang;
- zwei einer Grundseite anliegende Winkel sind gleich groß;
- die Diagonalen sind gleich lang.



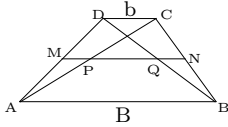
24) **Mittellinie in einem Dreieck:**

Das ist die Verbindungsstrecke der Mittelpunkte zweier Seiten. Sie ist parallel zur dritten Seite und halb so lang wie diese.



25) **Mittellinie in einem Trapez:**

Das ist die Verbindungsstrecke der Mittelpunkte Der Schenkel.



\overline{MN} - Mittellinie
 $MN \parallel AB \parallel DC$
 $\overline{MN} = \frac{B+b}{2}$
 $\overline{PQ} = \frac{B-b}{2}$

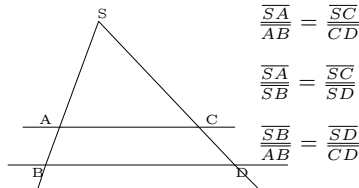
26) **Kongruenzsätze für Dreiecke:**
 (SWS), (WSW), (SSS), (SSW);

27) **Kongruenzsätze für rechtwinklige Dreiecke:**
 (KK), (HK), (HW), (KW);

28) **Ähnlichkeitssätze für Dreiecke:**
 (SSS), (WW), (SWS);

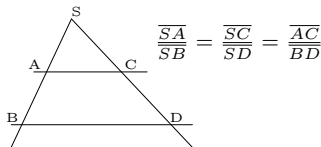
29) **Strahlensätze:** Wird ein Strahlenbüschel von einer Parallelschar geschnitten, gilt:

★ Die Abschnitte auf einem Strahl verhalten sich zueinander wie die gleichliegenden Abschnitte auf dem anderen Strahl.



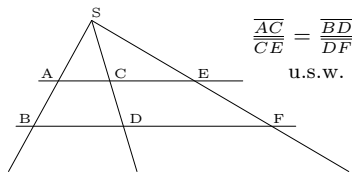
$\frac{SA}{AB} = \frac{SC}{CD}$
 $\frac{SA}{SB} = \frac{SC}{SD}$
 $\frac{SB}{AB} = \frac{SD}{CD}$

★ Je zwei Parallelabschnitte, die zwischen gleichen Strahlen liegen, verhalten sich zueinander wie die zugehörigen Strahlenabschnitte ein und desselben Strahls.



$\frac{SA}{SB} = \frac{SC}{SD} = \frac{AC}{BD}$

★ Die Abschnitte auf einer Parallelen verhalten sich zueinander wie die zugehörigen Abschnitte auf einer anderen Parallelen.



$\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$
 u.s.w.

30) **Satz des Pythagoras:**

$Hyp^2 = K_1^2 + K_2^2$ oder $K_1^2 = Hyp^2 - K_2^2$

31) **Kathetensatz:**

$K^2 = Hyp \cdot$ (zugehöriger Hypotenusenabschnitt)

32) **Höhensatz I:**

$h^2 = (1. \text{ Hypotenusenab.}) \cdot (2. \text{ Hypotenusenab.})$

33) **Höhensatz II:**

$h = \frac{K_1 \cdot K_2}{Hyp}$

34) **Trigonometrische Funktionen:**

$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ $\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
 $\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$ $\cot \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

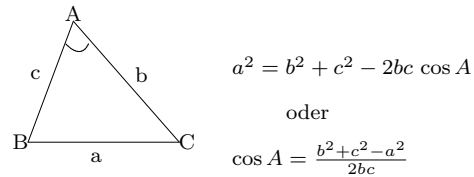
35) **Trigonometrische Formeln:**

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ und $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
- $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$;
- $\sin \alpha > 0$, egal ob α spitz oder stumpf;
 $\cos \alpha > 0$, $\tan \alpha > 0$, $\cot \alpha > 0$ falls α spitz;
 $\cos \alpha < 0$, $\tan \alpha < 0$, $\cot \alpha < 0$ falls α stumpf;

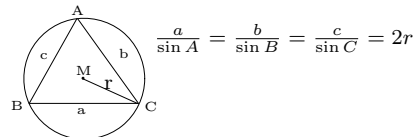
36) **Besondere Werte der trig. Funktionen:**

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-
$\cot \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

37) **Der Cosinus Satz:**

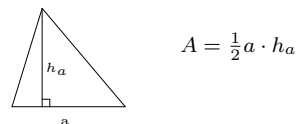


38) **Der Sinus Satz:**

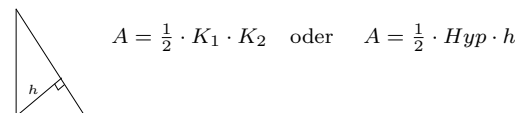


39) **Flächeninhalte:**

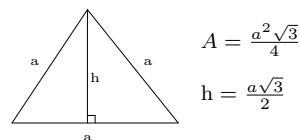
- **Allgemeines Dreieck:**



- **Rechtwinkliges Dreieck:**



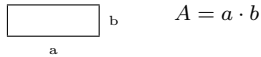
- **Gleichseitiges Dreieck:**



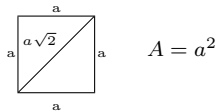
- **Parallelogramm:**



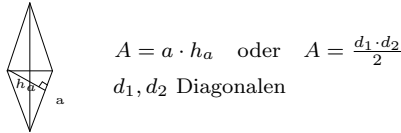
- **Rechteck:**



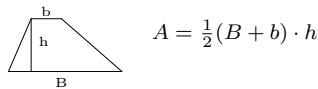
- **Quadrat:**



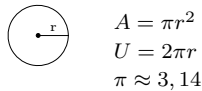
- **Raute:**



- **Trapez:**



- **Kreis:**

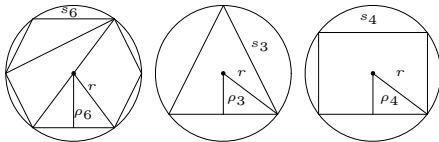


40) Regelmäßige Vielecke:

gleichseitiges Dreieck; Quadrat; regelmäßiges Hexagon

r : Umkreisradius; ρ_n : Inkreisradius;

s_n : Seitenlänge; A_n : Flächeninhalt



$$s_3 = r\sqrt{3} \quad \rho_3 = \frac{r}{2} \quad A_3 = 3 \frac{s_3 \cdot \rho_3}{2}$$

$$s_4 = r\sqrt{2} \quad \rho_4 = \frac{r\sqrt{2}}{2} \quad A_4 = 4 \frac{s_4 \cdot \rho_4}{2} = (s_4)^2$$

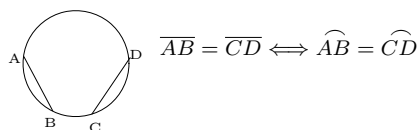
$$s_6 = r \quad \rho_6 = \frac{r\sqrt{3}}{2} \quad A_6 = 6 \frac{s_6 \cdot \rho_6}{2}$$

Große Diagonale im regelm. Hexagon = $2r$

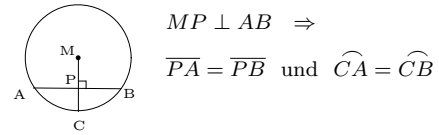
Kleine Diagonale im regelm. Hexagon = $s_3 = r\sqrt{3}$

41) Kreis:

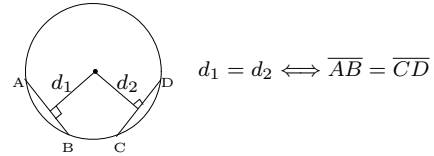
- Gleich lange Sehnen; gleich lange Bogen:



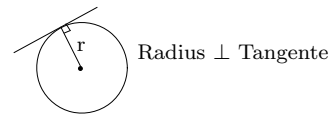
- Mittelsenkrechte einer Sehne:



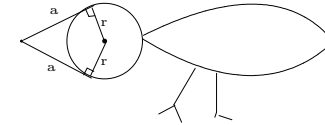
- Abstände vom Mittelpunkt zu 2 Sehnen:



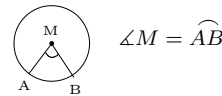
- Radius und Tangente:



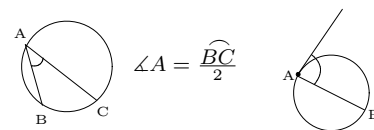
- Die Tangenten von einem Punkt außerhalb des Kreises zum Kreis:



- Zentralwinkel:



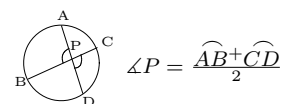
- Peripheriewinkel:



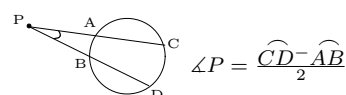
- **Satz des Thales:** ein Winkel dessen Scheitel auf einem Kreis liegt und dessen Schenkel durch die Endpunkte des Durchmessers gehen, ist ein rechter Winkel.



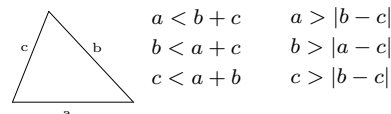
- Innerer Winkel:



- Äußerer Winkel:

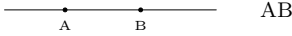


42) Ungleichungen in einem Dreieck:



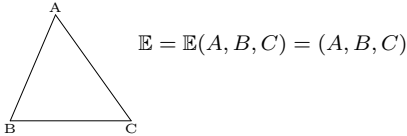
RAUMGEOMETRIE

- 1) **Bestimmung einer Geraden:**
durch 2 Punkte geht eine einzige Gerade



- 2) **Bestimmung einer Ebene:**

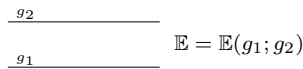
- drei nicht kollineare Punkte:



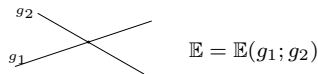
- eine Gerade und ein Punkt außerhalb dieser Geraden:



- zwei parallele Geraden:

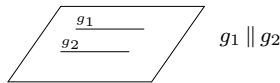


- zwei Geraden, die sich schneiden:

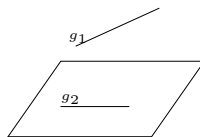


- 3) **Gegenseitige Lagen: zwei Geraden**

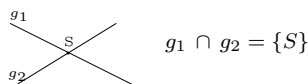
- parallel (keine gemeinsame Punkte; befinden sich in einer Ebene)



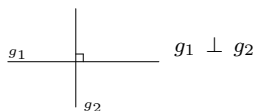
- windschief (keine gemeinsame Punkte; befinden sich nicht in einer Ebene)



- sie schneiden sich (einen gemeinsamen Punkt: Schnittpunkt)



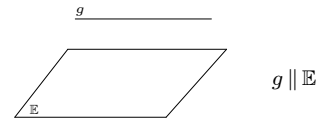
Spezialfall: orthogonal



- identisch: $g_1 = g_2$

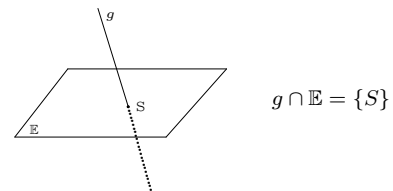
- 4) **Gegenseitige Lagen: Gerade und Ebene**

- parallel (keine gemeinsame Punkte)

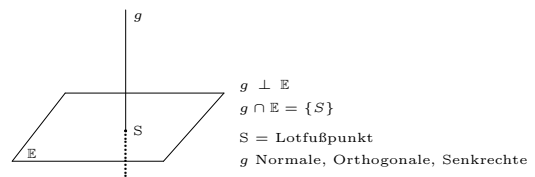


$g \parallel E$ genau dann wenn es eine Gerade f in E gibt, sodass $f \parallel g$.

- die Gerade durchstößt die Ebene (einen gemeinsamen Punkt)



Spezialfall: orthogonal



$g \perp E \iff$

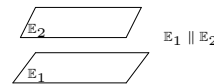
g ist orthogonal zu jeder Geraden $f \subset E \iff$

g ist orthogonal zu zwei sich schneidenden Geraden $f_1, f_2 \subset E$

- die Gerade liegt in der Ebene: $g \subset E$

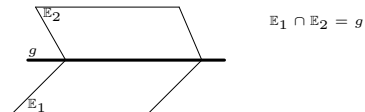
- 5) **Gegenseitige Lagen: zwei Ebenen**

- parallel (keine gemeinsame Punkte)

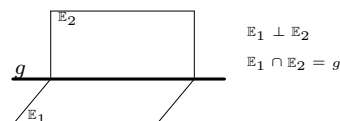


$E_1 \parallel E_2$ genau dann, wenn es zwei sich schneidende Geraden in E_1 gibt, die parallel zu zwei sich schneidenden Geraden in E_2 sind.

- sie schneiden sich (nach einer Geraden)



Spezialfall: orthogonal

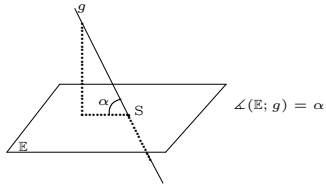


$E_1 \perp E_2$ genau dann wenn es eine Gerade in E_2 gibt, die orthogonal zur Ebene E_1 ist.

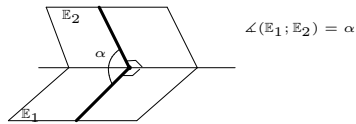
- identisch: $E_1 = E_2$

6) Winkel zwischen:

- zwei Geraden:
- Gerade und Ebene:



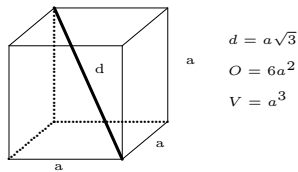
- zwei Ebenen:



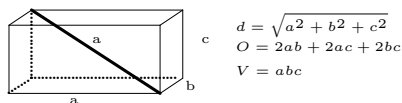
7) Einfache Körper:

d : räumliche Diagonale; h : räumliche Höhe; G : Grundfläche;
 M : Mantelfläche; O : Oberfläche; V : Volumen

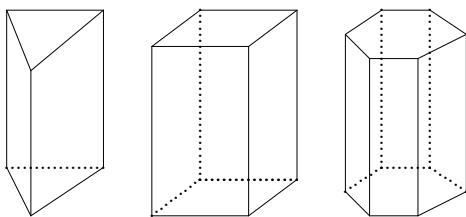
- Würfel:



- Quader:



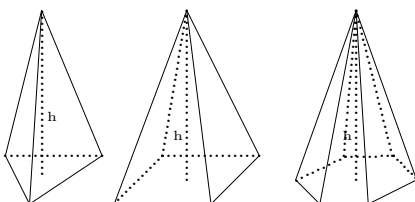
- Prisma



$$O = 2G + M$$

$$V = Gh$$

- Pyramide (Spezialfall Tetraeder)



$$O = 2G + M$$

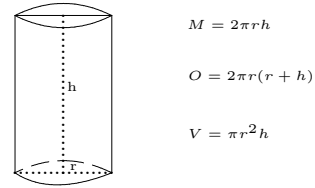
$$V = \frac{1}{3} Gh$$

- Pyramidenstumpf:

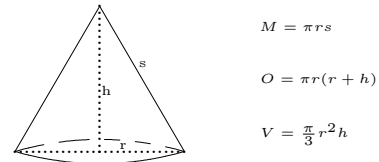
$$V = \frac{h}{3} (G_1 + G_2 + \sqrt{G_1 G_2})$$

8) Runde Körper

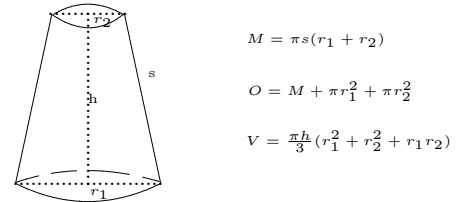
- Zylinder (Senkrechter Kreiszyylinder):



- Kegel (Senkrechter Kreiskegel):



- Kegelstumpf (vom senkrechten Kreiskegel):



- Kugel:

