

Hessisches Kultusministerium

HESSEN



# Landesabitur 2007

Bildungsland  
Hessen



Beispielaufgaben 2005



# Mathematik

## Leistungskurs

### Beispielaufgabe A 11

**Auswahlverfahren:** siehe Hinweise

**Einlese- und Auswahlzeit:** 30 Minuten

**Bearbeitungszeit:** 240 Minuten (für die Gesamtprüfung)

<b>Erlaubte Hilfsmittel:</b>	Übliche Formelsammlung Tabellen zur Binomial- und Normalverteilung Taschenrechner
<b>Sonstige Hinweise:</b>	keine

## I. Thema und Aufgabenstellung

### Stochastik

#### Aufgaben

Rauchen ist das größte vermeidbare Gesundheitsrisiko unserer Zeit, über 110.000 tabakbedingte Todesfälle sind pro Jahr in Deutschland zu verzeichnen. Umso wichtiger ist es, bereits Jugendliche vom Tabakkonsum fernzuhalten.

Der Drogen- und Suchtbericht im Jahr 2004 der Drogenbeauftragten der Bundesregierung, Frau Marion Caspers-Merk, kommt zu dem Ergebnis, dass ca. ein Drittel aller Schüler, die eine 9. oder 10. Klasse besuchen, täglich Zigaretten rauchen. Befragt wurden mehr als 11.000 Schülerinnen und Schüler an verschiedenen Schulformen.

- a. Mit welchem mathematischen Modell lässt sich eine Stichprobe von 100 Schülern beschreiben?
- b. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 100 Schülern
  - b1. höchstens 20 rauchen,
  - b2. mindestens 27 rauchen.
- c. Wie viele Schülerinnen und Schüler müsste man befragen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,99 mindestens einen Raucher zu finden?
- d. Bei der Prävention nehmen laut der Bundeszentrale für gesundheitliche Aufklärung (BZgA) die Sportvereine eine wichtige Rolle ein. Als Beispiel sei die Kampagne „Kinder stark machen“ genannt, die bereits seit den 90er Jahren läuft.

In einer aktuellen Umfrage an einer Schule ist erfasst worden, wie viele Schülerinnen und Schüler der 9. und 10. Klassen regelmäßig rauchen und Mitglied in Sportvereinen sind. 43 Raucher gaben an, Mitglied in einem Sportverein zu sein, 65 Raucher hingegen zählen zu den Nichtmitgliedern. Bei den Nichtrauchern waren 77 Schüler im Sportverein und wiederum 65 nicht.

Zeigen Sie, dass die Ereignisse „Mitgliedschaft im Sportverein“ und „Raucher“ nicht unabhängig sind.

- e. Die BZgA ergreift verschiedene Maßnahmen zur Suchtprävention. Zum Beispiel muss eine Zigarettenpackung mittlerweile mindestens 17 Zigaretten enthalten. Durch Kleinpackungen, bezeichnenderweise „Kiddy Packs“ genannt, sollen keine erschwinglichen Alternativen für Kinder und Jugendliche geschaffen werden. In einer anderen Kampagne wurde eine fünfteilige Anzeigenserie in Jugendzeitschriften geschaltet.

Die von der BZgA beauftragte Werbeagentur behauptet, dass die präventiven Kampagnen bereits Erfolg hatten. Die BZgA möchte dies überprüfen und lässt dazu 1200 zufällig ausgewählte Schülerinnen und Schüler befragen. Erläutern Sie, warum sich ein einseitiger Hypothesentest anbietet und geben Sie eine ausführlich begründete Entscheidungshilfe: Bis zu welcher Anzahl von Rauchern kann die Raucherprävention als gelungen angesehen werden? Welche Fehler können bei der Interpretation der Daten unterlaufen?

## Korrektur- und Bewertungshinweise - nicht für den Prüfungsteilnehmer bestimmt -

### II. Erläuterungen

#### Zielsetzung

Die Aufgabe ist gekennzeichnet durch einen Sachverhalt, der in einem aktuellen Kontext steht. Die Modellierung dieses Sachverhaltes befindet im Mittelpunkt. Bei der letzten Teilaufgabe erfordern die notwendige numerische Auswertung und die Interpretation der Ergebnisse Einblick in die Komplexität des Sachverhaltes, den sicheren Umgang mit der Normalverteilung und dem Testen von Hypothesen.

### III. Lösungshinweise / IV. Bewertung und Beurteilung

	Erwartete Schülerleistungen	I	II	III	Bemerkungen
a.	Eine Stichprobe von 100 Schülern kann als Bernoulli-Experiment angesehen werden, da nur die Ergebnisse „Schüler raucht“ und „Schüler raucht nicht“ interessieren. Nach Aufgabenstellung raucht jeder Schüler mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 1/3$ . Die Auswahl der Schüler muss zufällig erfolgen.	1	1		Zufallsgröße. Bernoulliexperiment.
b.	b1. $P(x \leq 20) = \sum_{k=0}^{20} \binom{100}{k} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{100-k}$ $= F(100; 0, \bar{3}; 20) \approx 0,0024$ b2. $P(x > 26) = 1 - P(x \leq 26) =$ $1 - F(100; 0, \bar{3}; 26) \approx 0,9285$	4			Bernoullikette. Berechnung mit der Binomialverteilung und ihrer Summenfunktion.
c.	Bestimmung der Größe über das Gegenereignis. $P(x \geq 1) \geq 0,99$ $P(x \geq 1) = 1 - P(x = 0) = 1 - B(n; 0, \bar{3}; 0) = 1 - 0, \bar{6}^n$ $1 - 0, \bar{6}^n \geq 0,99$ $n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0, \bar{6}} \Rightarrow n > 11,36$ Mindestens 12 Schüler sind zu befragen.	3	1		Ansatz über die Gegenwahrscheinlichkeit. Berechnung der Stichprobenanzahl.

5

	$\alpha = P(\text{„weniger als g Raucher“}) = 0,05$ $= P(x < g) = 0,05$ $\alpha = \Phi(-z) = 1 - \Phi(z) = 0,05$ $\Phi(z) = 0,95$ Mit Hilfe der Tafel für die Gaußsche Integralfunktion und Interpolation: $z = 1,645$ Aus $z = \frac{x - \mu}{\sigma} \Rightarrow x \approx 373,14$ Werden weniger als 373 Raucher gezählt, so sollte man sich für die Alternativhypothese entscheiden. Bei einer größeren Anzahl von Rauchern, kann man der Raucherprävention nur wenig Erfolg bescheinigen.				Berechnung eines Grenzwertes.          Erläuterung der Entscheidungsregel.
	<b><math>\Sigma</math> 30</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>4</b>	