

**Fit für die das Abitur ?**  
**Mathematiktraining für die Schüler und Schülerinnen des**  
**Beruflichen Gymnasiums Gelnhausen**



**Übung 1 zur Prüfungsvorbereitung**  
**Grundkurs**

**Aufgabe 1**

a) Gegeben ist die Funktion  $g$  mit  $g(x) = 3x - x^3$ . Skizzieren Sie den Graphen von  $g$  und zeigen Sie, dass der Graph von  $g$  mit der  $x$ -Achse im 1. Quadranten eine Fläche vom Inhalt 2,25 FE einschließt.

b) Geben Sie ohne Rechnung den Wert der folgenden Integrale an. Begründen Sie Ihre Antwort kurz!

$$\int_{-\sqrt{3}}^0 g(x) dx \quad ; \quad \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} g(x) dx$$

c) Gegeben ist die Funktionsschar  $f_k$  mit  $f_k(x) = \frac{1}{2}x^3 - kx^2 + \frac{1}{2}k^2x$   $x, k \in \mathbb{R}$ . Wie muss man  $k$  wählen,

damit der Graph von  $f_k$  und die  $x$ -Achse eine Fläche mit dem Inhalt  $A = \frac{2}{3}$  FE einschließen?

**Aufgabe 2** (LB Analytische Geometrie Mathe heute S. 211 / 1 a-c)

Gegeben sind die Punkte  $A(2/3/2)$ ;  $B(3/1/4)$  und die Punkte  $P_1(0/2/11)$ ;  $P_2(-1/5/7)$ ;  $P_3(6/-1/5)$

a) Geben Sie eine Parameterdarstellung der durch  $A$  und  $B$  festgelegten Gerade an!

b) Zeigen Sie, dass die Punkte  $P_1$ ;  $P_2$ ;  $P_3$  eine Ebene  $E$  festlegen und geben Sie eine Darstellung von  $E$  in Parameterform und in Koordinatenform an.

c) Zeigen Sie, dass  $g$  parallel zu  $E$  verläuft und berechnen Sie den Abstand von  $g$  zu  $E$ .

**Aufgabe 3** (ÜA LA 2007 GK Aufgabe 5)

Eine Bierbrauerei stellt sich beim Verkauf von Flaschenbier vollständig um. Der bisher übliche Kronkorken wird durch einen Bügelverschluss ersetzt. Leider ergeben sich bei der Produktion Probleme mit der neuen Verschlussstechnik. Nicht alle Flaschen sind absolut luftdicht verschlossen.

a) In einem Getränkehandel steht ein Kasten mit 20 Flaschen Bier, von denen sechs Flaschen nicht korrekt verschlossen sind. Ein Kunde entnimmt dem Kasten drei Flaschen. Stellen Sie den Vorgang in einem Baumdiagramm dar. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind mindestens zwei Flaschen undicht?

b) Ein Kunde entnimmt dem Kasten fünf Flaschen Bier. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind alle fünf Flaschen nicht richtig verschlossen?

**Fit für die das Abitur ?**  
**Mathematiktraining für die Schüler und Schülerinnen des**  
**Beruflichen Gymnasiums Gelnhausen**



**Übung 2 zur Prüfungsvorbereitung**  
**Grundkurs**

**Aufgabe 1** (LB zur Analysis Mathe heute S.152 / 8)

- a) Gesucht sind ganzrationale Funktionen  $f_k$  dritten Grades mit  $k \neq 0$ .

Der Graph von  $f_k$  ist punktsymmetrisch zum Ursprung und schneidet die x-Achse an der Stelle  $\frac{2}{k}$ . An der Stelle 0 hat die Tangente an den Graphen von  $f_k$  die Steigung  $\frac{1}{k}$ .

- b) Die Funktionen  $f_k : f_k(x) = -\frac{1}{4}kx^3 + \frac{1}{k}x$  und  $g_k : g_k(x) = \frac{1}{4k}x^3 - kx$  schließen eine Fläche ein.

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche in Abhängigkeit von k.

- c) Für welches k nimmt der in b) berechnete Flächeninhalt einen minimalen Wert an?

[Zur Kontrolle:  $A(k) = 2k + \frac{2}{k}$ ]

**Aufgabe 2** (LB Analytische Geometrie Mathe heute S. 213 / 6)

Gegeben sind die Gerade  $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad r \in \mathbb{R}$  und die Geradenschar

$$h_k : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ k \\ 0 \end{pmatrix} \quad s \in \mathbb{R}; k \in \mathbb{R}$$

- a) Bestimmen Sie k so, dass sich die beiden Geraden schneiden. Ermitteln Sie den Schnittpunkt S und den Schnittwinkel der beiden Geraden!
- b) Zeigen Sie, dass alle Geraden der Schar  $h_k$  in einer Ebene verlaufen. Stellen Sie eine Koordinatengleichung dieser Ebene auf.
- c) Welche Punkte der Geraden g haben von E den Abstand 1LE?

**Aufgabe 3** (ÜA LA 2007 GK Aufgabe 5)

Eine Bierbrauerei stellt sich beim Verkauf von Flaschenbier vollständig um. Der bisher übliche Kronkorken wird durch einen Bügelverschluss ersetzt. Leider ergeben sich bei der Produktion Probleme mit der neuen Verschlussstechnik. Nicht alle Flaschen sind absolut luftdicht verschlossen.

Es zeigt sich, dass ungefähr 5 % aller abgefüllten Flaschen nicht vollständig luftdicht verschlossen sind. Aus diesem Grund werden verschlossene Flaschen vom Förderband genommen und einem Dichtheitstest unterzogen.

- a) Bei einer Kontrolle werden 20 Flaschen entnommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
- (1) keine der Flaschen undicht ist.
  - (2) höchstens drei Flaschen fehlerhaft sind.
  - (3) zwei bis fünf Flaschen (einschließlich) als Ausschuss betrachtet werden müssen.
- b) Stündlich werden 100 Flaschen kontrolliert. Steigt der Anteil der undichten Flaschen, so muss der Produktionsprozess gestoppt werden, um entsprechende Korrekturen an den Maschinen vornehmen zu können. Die Produktion soll angehalten werden, wenn mehr als 7 undichte Flaschen entdeckt werden. Beurteilen Sie diese Entscheidungsregel anhand eines Hypothesentests und beschreiben Sie, welche Fehler man bei dieser Entscheidung begehen kann.

**Fit für die das Abitur ?**  
**Mathematiktraining für die Schüler und Schülerinnen des**  
**Beruflichen Gymnasiums Gelnhausen**

---



**Übung 3 zur Prüfungsvorbereitung**  
**Grundkurs**

**Aufgabe 1** (LB zur Analysis Mathe heute S.153 / 4a, b abgewandelt)

- a) Gegeben ist die Funktionen  $f(x) = (x + 2)e^{-x}$ . Untersuchen Sie die Funktion auf Achsenschnittpunkte, Extrem- und Wendepunkte!
- b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, welchen der Graph von  $f$ , die Gerade  $x = 5$  und die  $x$ -Achse einschließen?

**Aufgabe 2** (LB Analytische Geometrie Mathe heute S. 212 / 4)

Gegeben sind die Punkte  $A_1(0/3/-3)$ ;  $A_2(-12/12/-18)$ ;  $A_3(6/6/24)$

- a) Stellen Sie für die Ebene  $E_1$  durch die Punkte  $A_1$ ;  $A_2$ ;  $A_3$  eine Gleichung in Koordinatenform auf [Teilergebnis:  $E_1: 16x_1 + 13x_2 - 5x_3 = 54$ ].
- b) Die Gerade  $g$  ist gegeben durch die Punkte  $B_1(14/5/2)$  und  $B_2(30/18/-3)$ . Zeigen Sie, dass die Gerade  $g$  die Ebene  $E_1$  orthogonal durchstößt, berechnen Sie den Durchstoßpunkt  $M$ . Berechnen Sie den Punkt  $D_1$ , den man erhält, wenn man  $B_1$  an der Ebene  $E_1$  spiegelt. [Teilergebnis:  $D_1(-2/-8/7)$ ]
- c) Zeigen Sie, dass die Strecken  $\overline{A_1B_1}$  und  $\overline{A_1D_1}$  senkrecht aufeinander stehen. Bestimmen Sie  $C_1$  aus  $E_1$  so, dass das Viereck  $A_1B_1C_1D_1$  ein Quadrat darstellt.