

Fit für das Abitur: mündliche Prüfung

Beantworte die folgenden Fragen:

A) Analysis

a) Geraden

- 1) Welche verschiedenen Formen von Geradengleichungen gibt es und wie lauten sie?
- 2) Wie kann man eine Gerade in ein Koordinatensystem zeichnen, wenn die Geradengleichung bekannt ist?
- 3) Wie stellt man eine Geradengleichung auf, wenn ein Punkt und die Steigung der Geraden gegeben sind?
- 4) Wie stellt man eine Geradengleichung auf, wenn zwei Punkte der Geraden gegeben sind?
- 5) Welche Bedingung müssen zwei Geraden erfüllen, um parallel zu sein?
- 6) Welche Bedingung müssen zwei Geraden erfüllen, um orthogonal zueinander zu sein?

b) Ganzrationale Funktionen

- 1) Welche allgemeine Form und welchen Definitionsbereich hat eine ganzrationale Funktion 0., 1., 2., 3., 4., ..., n. Grades?
- 2) Wie untersucht man das Verhalten im Unendlichen?
- 3) Wie untersucht man das Symmetrieverhalten?
- 4) Wieviele Nullstellen kann eine ganzrationale Funktion haben und welche Möglichkeiten gibt es diese zu bestimmen?
- 5) Mit welchem Trick kann man eventuell eine oder mehrere Nullstellen erraten, wenn die Koeffizienten ganzzahlig sind?
- 6) Wann spricht man von einer doppelten, dreifachen, ..., k -fachen Nullstelle und was bedeutet das für den Graphen der Funktion?

c) Grenzwerte: Asymptoten

- 1) Was ist eine Asymptote und welche Arten gibt es?
- 2) Welche Funktionen haben Asymptoten und wie kann man diese berechnen?
- 3) Welche Bedingung muss gelten, damit eine Funktion eine waagrechte Asymptote hat?
- 4) Welche Bedingung muss gelten, damit eine Funktion eine Polstelle bzw. eine senkrechte Asymptote hat?
- 5) Wie untersucht man das Verhalten einer Funktion an einer Definitionslücke?

d) Gebrochenrationale Funktionen

- 1) Wie bestimmt man den Definitionsbereich einer gebrochenrationalen Funktion?
- 2) Welche Besonderheiten weist das Verhalten an den Rändern des Definitionsbereichs auf?
- 3) Wann kann eine gebrochenrationale Funktion eine stetig behebbare Lücke haben?
- 4) Wie untersucht man das Symmetrieverhalten?

e) Exponentialfunktionen

- 1) Was versteht man unter einer Exponentialfunktion und welche Eigenschaften haben Exponentialfunktionen? Wie lautet der Definitionsbereich und wie sieht der Graph einer Exponentialfunktion aus?
- 2) Wie untersucht man das Symmetrieverhalten einer Exponentialfunktion?
- 3) Was versteht man unter einer Logarithmusfunktion und welche Eigenschaften haben Logarithmusfunktionen? Wie lautet der Definitionsbereich und wie sieht der Graph einer Logarithmusfunktion aus?
- 4) Wie bestimmt man die Lösung der Gleichung $e^x = a$, $a \in \mathbb{R}$?
- 5) Wie lautet die Gleichung einer Zerfalls-/Wachstumsfunktion? Welche Bedeutung haben die Begriffe Wachstumsfaktor, Zerfallskonstante und Wachstumskonstante?
- 6) Wie sieht der Graph einer Wachstums-/Zerfallsfunktion aus?
- 7) Was bedeutet die Verdopplungszeit bei einem Wachstumsprozess und wie kann man diese berechnen?
- 8) Was bedeutet die Halbwertszeit bei einem Zerfallsprozess und wie kann man diese berechnen?
- 9) Wie kann man die prozentuale Zunahme pro Zeitschritt bei einem Wachstumsprozess berechnen?
- 10) Wie kann man die prozentuale Abnahme pro Zeitschritt bei einem Zerfallsprozess berechnen?

f) Trigonometrische Funktionen

- 1) Wie sehen die Graphen der Funktionen $f(x) = \sin x$ und $g(x) = \cos x$ aus?
- 2) Wie lautet die Gleichung der allgemeinen Sinusfunktion (bzw. Cosinusfunktion) und welche Bedeutung hat jeder Parameter?
- 3) Was versteht man unter der Periodizität einer trigonometrischen Funktion und wie kann man die Hauptperiode bestimmen?
- 4) Wie untersucht man das Symmetrieverhalten einer trigonometrischen Funktion?
- 5) Welche allgemeinen Lösungen haben die Gleichungen $\sin x = 0$ und $\cos x = 0$?
- 6) Wie bestimmt man alle Lösungen der Gleichungen $\sin x = a$ bzw. $\cos x = a$, $a \in \mathbb{R}$?

g) Differenzialrechnung

- 1) Wie lautet die Definition der ersten Ableitung einer Funktion f an der Stelle x_0 und welche geometrische Bedeutung hat sie?
- 2) Was versteht man unter Differenzierbarkeit einer Funktion f über den Definitionsbereich \mathbb{D} ?
- 3) Wie lauten die Ableitungen der *geläufigsten* Funktionen?
- 4) Wie lautet die Kettenregel der Ableitung und wann muss man sie anwenden?
- 5) Wie lautet die Produktregel der Ableitung und wann muss man sie anwenden?
- 6) Wie lautet die Quotientenregel der Ableitung und wann muss man sie anwenden?
- 7) Wie bestimmt man das Monotonieverhalten einer Funktion?
- 8) Wie berechnet man ein lokales Extremum einer Funktion?
- 9) Wie kann man das Krümmungsverhalten einer Funktion bestimmen?
- 10) Wie untersucht man eine Funktion auf Wendepunkte (Sattelpunkte)?
- 11) Wie kann man bei dem hinreichenden Kriterium für Extrempunkte bzw. Wendepunkte wissen, ob man das Vorzeichenwechselkriterium oder das Kriterium mit der 2. (bzw. 3.) Ableitung anwenden muss/kann?.
- 12) Wie bestimmt man die Tangente an einer Stelle $x = a$ für eine Funktion f .
- 13) Was versteht man unter Wendetangente?
- 14) Angenommen die Extrempunkte (bzw. Wendepunkte) einer Funktionenschar f_k wurden berechnet. Welche Bedeutung hat die Ortskurve (geometrischer Ort) der Extrempunkte (bzw. Wendepunkte) und wie kann man die Ortskurve berechnen?

h) Integralrechnung

- 1) Welche Eigenschaften hat die Stammfunktion einer Funktion?
- 2) Wie lauten die Stammfunktionen der *geläufigsten* Funktionen?
- 3) Was versteht man unter dem unbestimmten Integral einer Funktion f ?
- 4) Was versteht man unter dem bestimmten Integral von a bis b einer Funktion f und wie kann man es berechnen (geometrische Definition, analytische Definition, Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung).
- 5) Was ist eine Integralfunktion?
- 6) Was sind uneigentliche Integrale und wie berechnet man sie?
- 7) Wie geht man vor, um den Flächeninhalt zu berechnen, der von einer Funktion f und der x -Achse über einem Intervall eingeschlossen ist?
- 8) Wie geht man vor, um den Flächeninhalt zu berechnen, der von zwei Graphen begrenzt wird?
- 9) Wie berechnet man das Volumen eines Rotationskörpers, der durch Rotation eines Graphen um die x -Achse entsteht?

B) Stochastik

a) Häufigkeiten. Lage und Streumaße

- 1) Wie berechnet man die relative Häufigkeit bei einem Zufallsexperiment, das mehrmals durchgeführt wird? Welche Bedeutung haben die relativen Häufigkeiten?
- 2) Was versteht man bei einem Zufallsexperiment, das mehrmals durchgeführt wird unter Mittelwert, 1. Quartil, Median, 3. Quartil, Modus und wie kann man diese Lageparameter bestimmen?
- 3) Was versteht man bei einem Zufallsexperiment, das mehrmals durchgeführt wird, unter Spannweite, Varianz und Standardabweichung und wie kann man diese Streuungsparameter bestimmen.
- 4) Welche Darstellungsmöglichkeiten gibt es für die oben genannten Größen?
- 5) Wie lautet das empirische Gesetz der großen Zahlen?

b) Wahrscheinlichkeiten

- 1) Wie lautet die mathematische Definition der Wahrscheinlichkeit?
- 2) Wie lautet der allgemeine Additionssatz und wie kann man ihn sich veranschaulichen?
- 3) Wie lautet der spezielle Additionssatz und unter welchen Bedingung gilt er?
- 4) Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Wahrscheinlichkeiten eines Ereignisses und seines Gegenereignisses (Komplementärregel)?
- 5) Was ist ein Laplace Experiment und wie lautet die Laplace Regel?
- 6) Ein mehrstufiges Zufallsexperiment kann man mithilfe eines Baumdiagramms darstellen. Welche Rechenregeln gelten in einem solchen Baumdiagramm?

c) Kombinatorik

- 1) Wie lautet die Produktregel der Kombinatorik?
- 2) Was bedeutet die Schreibweise $n!$ und welches Zählproblem wird damit gelöst?
- 3) Was bedeutet die Schreibweise V_n^k und welches Zählproblem wird damit gelöst?
- 4) Was bedeutet die Schreibweise $\binom{n}{k}$ und welches Zählproblem wird damit gelöst?
- 5) In einer Urne sind 4 unterscheidbare Kugeln. Es werden 3 Kugeln gezogen. Mit welcher Formel berechnet man die Anzahl der Möglichkeiten
 - ★ wenn die Reihenfolge eine Rolle spielt und eine gezogene Kugel nicht mehr zurückgelegt wird?
 - ★ wenn die Reihenfolge eine Rolle spielt und eine gezogene Kugel wieder zurückgelegt wird?
 - ★ wenn die Reihenfolge keine Rolle spielt und eine gezogene Kugel nicht wieder zurückgelegt wird?
 - ★ wenn die Reihenfolge keine Rolle spielt und eine gezogene Kugel wieder zurückgelegt wird?

d) Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Wir betrachten zwei Ereignisse A und B .

- 1) Mit welcher Formel berechnet man die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A unter der Bedingung, dass das Ereignis B bereits eingetreten ist?
- 2) Die Beziehungen zwischen A und B können mithilfe eines Baumdiagramms und des inversen Baumdiagramms dargestellt werden. Wie muss man diese zwei Baumdiagramme vollständig beschriftet?
- 3) Wie sehen die zwei Vierfeldertafeln aus für A und B ?
- 4) Wie lautet die Definition der Unabhängigkeit von zwei Ereignissen? Wie kann man A und B auf Unabhängigkeit prüfen?
- 5) Wie lautet der allgemeine Multiplikationssatz für zwei Ereignisse?
- 6) Wie lautet der spezielle Multiplikationssatz für zwei Ereignisse?

e) Verteilungen

- 1) Was versteht man unter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung und wie kann man diese darstellen? Welcher Unterschied besteht zu einer empirischen Verteilung?
- 2) Was versteht man bei einer Wahrscheinlichkeitsverteilung unter Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung und wie kann man diese Streuungsparameter bestimmen.
- 3) Wie kann man bei einem Spiel feststellen, ob es fair ist oder nicht?

f) Binomialverteilung

- 1) Was charakterisiert ein Bernoulli Experiment und eine Bernoulli Kette?
- 2) Wie lautet die Bernoulli Formel und welche Bedeutung haben die einzelnen Faktoren?
- 3) Wie kann man feststellen, ob eine Zufallsvariable X binomialverteilt ist?
- 4) Was versteht man bei einer Binomialverteilung unter Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung und wie kann man diese Streuungsparameter bestimmen.
- 5) Welche Wahrscheinlichkeiten kann man aus dem Tafelwerk ablesen?
Welche Wahrscheinlichkeiten kann man mithilfe des Tafelwerks noch berechnen?

g) Hypothesentests (Signifikanztest)

- 1) Für welche Wahrscheinlichkeitsverteilungen wenden wir die Hypothesentests an?
- 2) Welche Arten von Hypothesentests gibt es und wie kann man das feststellen?
- 3) Was versteht man unter Nullhypothese und Gegenhypothese und wie werden diese festgelegt?
- 4) Wozu dient der Ablehnungsbereich K ?
- 5) Wie kann man den Ablehnungsbereich K berechnen, wenn die Irrtumswahrscheinlichkeit α gegeben ist?
- 6) Was versteht man unter einem Fehler 1. Art? Wie kann man diesen berechnen, wenn der Ablehnungsbereich K gegeben ist?
- 7) Was versteht man unter einem Fehler 2. Art? Wie kann man diesen berechnen, wenn der Ablehnungsbereich K und die richtige Erfolgswahrscheinlichkeit p_1 gegeben sind?
- 8) Wie signifikant ist die Stichprobe in einem Signifikanztest?

C) Lineare Algebra und Analytische Geometrie

a) Lineare Gleichungssysteme

- 1) Wie bestimmt man mit dem Gaussverfahren die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems?
- 2) Welche drei Fälle können bei der Lösung eines LGS auftreten und woran erkennt man sie?
Wie beschreibt man die Lösungsmenge?
- 3) Wie kann man die Lösungsmenge geometrisch interpretieren, falls ein Gleichungssystem aus drei linearen Gleichungen mit drei Variablen besteht?

b) Punkte, Vektoren, Strecken

- 1) Wie zeichnet man ein dreidimensionales Koordinatensystem und wie trägt man darin einen Punkt ein?
- 2) Was versteht man unter einem Vektor (algebraische Definition und geometrische Definition)?
Was ist der Ortsvektor?
- 3) Was ist ein Gegenvektor?
- 4) Wie berechnet man die Länge (Betrag) eines Vektors?
- 5) Was versteht man unter Einheitsvektoren?
- 6) Wie berechnet man das Vielfache eines Vektors?
- 7) Wie untersucht man, ob zwei Vektoren Vielfache voneinander sind?
- 8) Was bedeuten aus geometrischer Sicht die Summe und die Differenz zweier Vektoren?
Wie berechnet man sie?
- 9) Wie berechnet man den Vektor zwischen zwei Punkten?
- 10) Wie berechnet man die Strecke zwischen zwei Punkten?
- 11) Wie berechnet man den Mittelpunkt einer Strecke?
- 12) Wie untersucht man die Kollinearität von drei Punkten?
- 13) Wie berechnet man das Teilverhältnis, in dem eine Strecke durch einen Punkt geteilt wird?
- 14) Wie kann man bei drei kollinearen Punkten die Reihenfolge feststellen?
- 15) Wie berechnet man das Skalarprodukt zwischen zwei Vektoren?
- 16) Wie zeigt man, ob zwei Vektoren orthogonal zueinander sind?
- 17) Wie berechnet man das Vektorprodukt zwischen zwei Vektoren?

c) Geraden

- 1) Wie lautet die Parametergleichung einer Geraden? Wie heißen die enthaltenen Vektoren?
- 2) Wie untersucht man, ob ein Punkt auf einer Geraden liegt?
- 3) Wie findet man drei Punkte, die auf einer Geraden liegen, wenn die Geradengleichung gegeben ist?
- 4) Wie berechnet man die Gleichung einer Geraden, die durch zwei gegebene Punkte verläuft?
- 5) Welche gegenseitige Lagen können zwei Geraden zueinander einnehmen?
- 6) Wie zeigt man, dass zwei Geraden parallel zueinander sind?
- 7) Wie zeigt man, dass zwei Geraden identisch sind?
- 8) Wie zeigt man, dass zwei Geraden windschief zueinander sind?
- 9) Wie zeigt man, dass zwei Geraden sich schneiden und wie berechnet man den Schnittpunkt?
- 10) Wie zeigt man, dass zwei Geraden orthogonal zueinander sind, falls sie sich schneiden?
- 11) Wie lauten die Gleichungen der Koordinatenachsen?

d) Ebenen

- 1) Wie lautet die Parametergleichung einer Ebene? Wie heißen die enthaltenen Vektoren?
- 2) Wie lautet die Koordinatengleichung einer Ebene in Normalenform. Wie heißen die enthaltenen Vektoren?
- 3) Wie lautet die Koordinatengleichung einer Ebene in expliziter Form.
- 4) Was ist ein Normalenvektor und wie kann man ihn ermitteln?
- 5) Wie kann man aus der Parametergleichung die Koordinatengleichung herleiten?
- 6) Wie kann man aus der Koordinatengleichung die Parametergleichung herleiten?
- 7) Wie untersucht man, ob ein Punkt auf einer Ebene liegt?

- 8) Wie findet man drei Punkte, die auf einer Ebene liegen, wenn die Ebenengleichung gegeben ist?
 - 9) Wie lauten die Parametergleichungen und die Koordinatengleichungen der Koordinatenebenen?
 - 10) Welche Möglichkeiten gibt es eine Ebene festzulegen und wie kann man in jedem der Fälle eine Parametergleichung (Koordinatengleichung) bestimmen?
 - 11) Welche gegenseitige Lagen können eine Gerade und eine Ebene zueinander einnehmen? Wie kann man diese feststellen? Welche Ebenendarstellung ist günstiger?
 - 12) Wie berechnet man den Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene, falls diese sich schneiden?
 - 13) Welche gegenseitige Lagen können zwei Ebenen zueinander einnehmen? Wie kann man diese feststellen? Welche Ebenendarstellung ist günstiger?
 - 14) Ist es möglich anhand der Form einer Koordinatengleichung der Ebene \mathbb{E} festzustellen, welche Lage diese im Koordinatensystem einnimmt?
 - 15) Wie berechnet man die Schnittgerade zweier Ebenen, falls diese sich schneiden?
 - 16) Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat eine Ebene \mathbb{E} mit der Gleichung $ax_1 = d$ (Begründung)?
 - 17) Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat eine Ebene \mathbb{E} mit der Gleichung $ax_1 + bx_2 = d$ (Begründung)?
 - 18) Was versteht man unter Spurpunkten einer Geraden in einem Koordinatensystem? Wie bestimmt man ihre Lage?
 - 19) Was versteht man unter Spurpunkten einer Ebene in einem Koordinatensystem? Wie bestimmt man ihre Lage?
 - 20) Was versteht man unter Spurgeraden einer Ebene in einem Koordinatensystem? Wie bestimmt man ihre Parametergleichungen?
- e) Abstände, Winkel, Flächen, Volumina
- 1) Wie berechnet man den Abstand zwischen zwei Punkten?
 - 2) Wie berechnet man den Abstand eines Punktes von einer Geraden?
 - 3) Wie kann man schnell überprüfen, ob man von einem Punkt P das Lot auf eine Gerade g richtig gefällt hat?
 - 4) Wie berechnet man den Abstand eines Punktes von einer Ebene? (2 Möglichkeiten)
 - 5) Wie berechnet man den Abstand zweier parallelen Geraden?
 - 6) Wie berechnet man den Abstand zweier parallelen Ebenen?
 - 7) Wie berechnet man den Winkel zweier Geraden?
 - 8) Wie berechnet man den Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene?
 - 9) Wie berechnet man den Winkel zweier Ebenen?
 - 10) Wie berechnet man mithilfe des Vektorprodukts den Flächeninhalt eines Dreiecks bzw. eines Parallelogramms?
 - 11) Wie berechnet man den Flächeninhalt eines beliebigen Polygons?
 - 12) Wie lauten die Formeln für das Volumen von Pyramiden, Prismen, etc.?
 - 13) Wie kann man das Volumen eines beliebigen Polyeders berechnen?