

Exponential-Funktionen: e -Funktionen

Aufgabe 1.

a) $10^x = 1000$
 $x = 3$

b) $e^x = \frac{1}{e}$
 $e^x = e^{-1}$
 $x = -1$

c) $\frac{1}{e}e^x = 1 \cdot e$
 $e^x = e$
 $x = 1$

d) $e^{x+3} = e^2$
 $x+3 = 2$
 $x = -1$

e) $e^{-2x} = 8 / \ln, \quad \text{weil } e^{-2x} > 0 \text{ und } 8 > 0$
 $\ln(e^{-2x}) = \ln 8$
 $-2x \ln e = \ln 8$
 $-2x \cdot 1 = \ln 2^3$
 $-2x = 3 \ln 2 / (-2)$
 $x = -\frac{3}{2} \ln 2$

f) $e^x = -3$
Widerspruch, weil $e^x > 0$ und $-3 < 0$
keine Lösungen

g) $3e^{2x} = 0 / : 3$
 $e^{2x} = 0$
Widerspruch, weil $e^{2x} > 0$
keine Lösungen

h) $4e^x - 4e^{2x} = 0 / : 4e^x \quad \text{weil } 4e^x \neq 0$
 $1 - e^x = 0$
 $1 = e^x$
 $x = 0$

i)

$$2e^x - 4e^{2x} = 0 \quad \text{weil } 2e^x \neq 0$$

$$1 - 2e^x = 0$$

$$e^x = \frac{1}{2} / \ln, \quad \text{weil } e^x > 0 \text{ und } \frac{1}{2} > 0$$

$$\ln e^x = \ln \frac{1}{2}$$

$$x \ln e = \ln \frac{1}{2}$$

$$x \cdot 1 = -\ln 2$$

$$x = -\ln 2$$

Aufgabe 2.

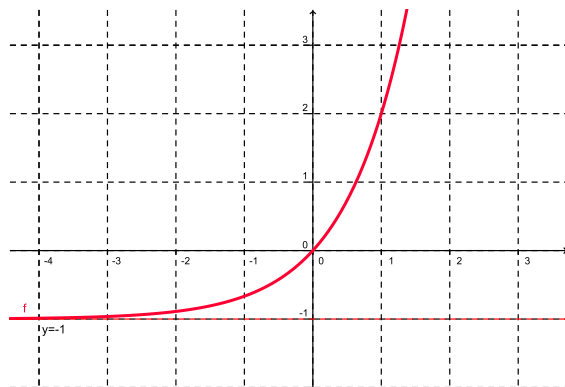
Gegeben sind folgende Funktionen:

a) $f(x) = 3^x - 1$

$N(0,0)$ Nullstelle; $S_y(0,0)$ Schnittpunkt mit der y -Achse

$x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow -1 \Rightarrow y = -1$ waagerechte Asymptote gegen $-\infty$

$x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty \Rightarrow$ keine Asymptote gegen $+\infty$

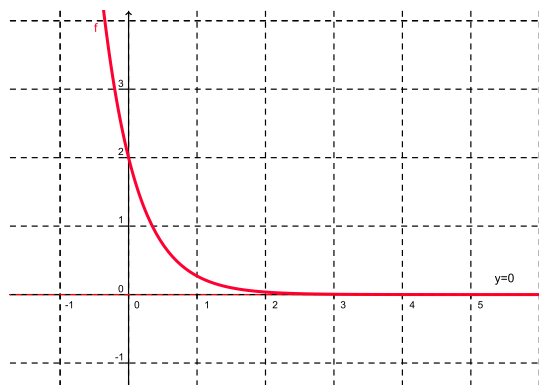


b) $f(x) = 2e^{-2x}$

keine Nullstellen; $S_y(0,2)$ Schnittpunkt mit der y -Achse

$x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow +\infty \Rightarrow$ keine Asymptote gegen $-\infty$

$x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow 0 \Rightarrow y = 0$ waagerechte Asymptote gegen $+\infty$

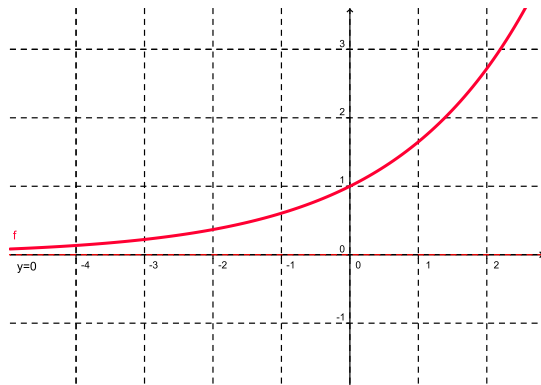


c) $f(x) = e^{\frac{1}{2}x}$

keine Nullstellen; $S_y(0, 1)$ Schnittpunkt mit der y -Achse

$x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow 0 \Rightarrow y = 0$ waagerechte Asymptote gegen $-\infty$

$x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty \Rightarrow$ keine Asymptote gegen $+\infty$

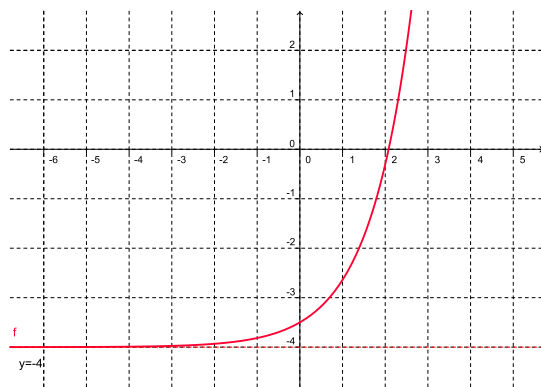


d) $f(x) = \frac{1}{2}e^x - 4$

$N(2 \ln 2; , 0)$ Nullstelle; $S_y(0; -2, 5)$ Schnittpunkt mit der y -Achse

$x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow -4 \Rightarrow y = -4$ waagerechte Asymptote gegen $-\infty$

$x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty \Rightarrow$ keine Asymptote gegen $+\infty$



Aufgabe 3.

a) t = Zeit in Wochen

$f(t) = c \cdot a^t$ Anzahl der Heuschrecken nach t Wochen

$c = 10000$ Bestand zum Zeitpunkt $t = 0$

$a = 100\% + 50\% = 150\% = 1,5 > 1$ Wachstumsfaktor

$f(t) = 10000 \cdot 1,5^t$ Wachstumsfunktion

b) $f(6) = 10000 \cdot 1,5^6 \approx 113\,906$ Heuschrecken nach 6 Wochen

$113906 - 10000 = 103\,906$ Zuwachs nach 6 Wochen

$\frac{103906}{10000} = 10,3906 \approx 1039\%$ Zuwachs in Prozent

Nach 6 Wochen ist ein Zuwachs von ca. 103 906 Heuschrecken zu erwarten.

Der Bestand hat sich dabei um ca. 1039% vergrößert.